UNIVERSAL XALQARO ILMIY JURNAL

Jurnalning bosh sahifasi: https://universaljurnal.uz

Universal International Scientific Journal

e-ISSN: 3060-4540 (online)

Year: 2025 Issue: 2 Volume: 1

Published: 31.01.2025
https://universaljurnal.uz

International indexes
GOOGLE SCHOLAR
CROSSREF (OAK BAZA)
ZENODO
OPEN AIRE
EUROPUB
RESEARCHGATE (OAK BAZA)
SJIF

IKKINCHI TARTIBLI EGRI CHIZIQLARNING KONONIK TENGLAMALARI

Azimov Raximjon Karimovich
Andijon davlat universiteti
Uzbekistan
razimov@mail.ru
https://orcid.org/0000-0001-9630-513X

Annotatsiya: Mazkur ishda analitik geometriya bo'limiga oid muhim mavzulardan biri ikkinchi tartibli egri chiziqlarning kanonik tenglamalari yoritilgan. Egri chiziqlarning umumiy tenglamasi asosida ularning klassifikatsiyasi, geometrik xossalari, hamda koordinatalar o'qini burish orqali tenglamani soddalashtirish usullari tahlil qilingan. Shuningdek, ellips, giperbola va parabola kabi ikkinchi tartibli egri chiziqlarning kanonik tenglamalari, ularning grafigini qurish, markaz va simmetriya xossalari keng yoritilgan.

Kalit so'zlar: Ikkinchi tartibli tenglama, egri chiziqlar, kanonik tenglama, ellips, giperbola, parabola.

Аннотация: В данной работе рассматривается одна из важных тем в области аналитической геометрии: канонические уравнения кривых второго порядка. На основе общего уравнения кривых анализируются их классификация, геометрические свойства и способы упрощения уравнения путем поворота осей координат. Кроме того, подробно рассматриваются канонические уравнения кривых второго порядка, таких как эллипс, гипербола и парабола, построение их графиков, а также свойства центра и симметрии.

Ключевые слова: Квадратное уравнение, кривые, каноническое уравнение, эллипс, гипербола, парабола.

Abstract: This work covers one of the important topics of the analytical geometry section, the canonical equations of second-order curves. Based on the general equation of curves, their classification, geometric properties, and methods of simplifying the equation by rotating the coordinate axis are analyzed. Also, the canonical equations of second-order curves such as ellipse, hyperbola, and parabola, their graph construction, center, and symmetry properties are widely covered.

Keywords: Second-order equation, curves, canonical equation, ellipse, hyperbola, parabola.

Language: Uzbek

Citation: Azimov , R. (2025). CANONICAL EQUATIONS OF SECOND-ORDER CURVES. Universal International Scientific Journal, 2(1), 192–201. Retrieved from https://universaljurnal.uz/index.php/jurnal/article/view/1492

Doi: https://doi.org/10.5281/zenodo.15227510

Google scholar: https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=IKKINCHI+TARTIBLI+EGRI+CHIZIQLARNING+KONONIK+TENGLAMALARI&btnG=

Kirish. Ushbu maqolada ikkinchi tartibli egri chiziqlarning kanonik tenglamalari yoritiladi. Ikkinchi tartibli egri chiziqlardan aylana, ellips, ellipsning parametrik tenglamasi, giperbola, parabolalarning ta'rifi, tenglamalari va grafik tasvirlari misollar yordamida keltirib o'tiladi.

Aylana. Ta'rif. Tekislikda berilgan nuqtadan bir xil uzoqlikda joylashgan nuqtalarning geometrik o'rniga aylana deyiladi.

Faraz qilaylik $S_0(a,b)$ – aylana markazi bo'lsin. Aylanani ixtiyoriy nuqtasidan markazgacha bo'lgan masofani R harfi bilan belgilaylik (1-rasm).

Faraz qilaylik M(x,y) – aylananing ixtiyoriy nuqtasi bilan. Ta'rifga ko'ra $|S_0M| = R$. Ikki nuqta orasidagi masofa formulasiga ko'ra

$$|S_0M| = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Bundan esa ,

$$\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2} = R$$

yoki

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2. \qquad (1.1)$$

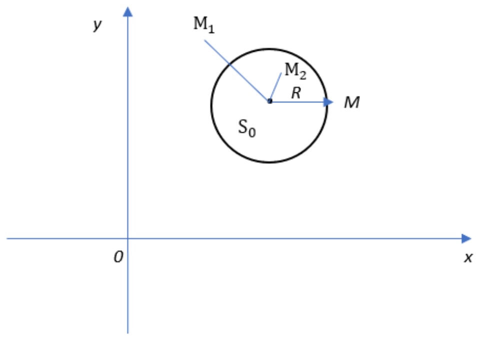
Aylana tenglamalari quyidagi ko'rinishlarda bo'lishi mumkin:

$(x-a)^2 + y^2 = R^2,$ $S_0(a;0)$, R

$x^2 + (y-b)^2 = R^2,$ $S_0(0;b)$, R

$x^2 + y^2 = R^2,$ $S_0(0;0)$, R

Agar $M_1(x_1; y_1)$, nuqta aylana tashqarisida bo'lsa, $(x_1-a)^2 + (y_1+b)^2 > R^2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.
Agar $M_2(x_2; y_2)$ nuqta aylana ichida joylashgan bo'lsa, $(x_2-a)^2 + (y_2+b)^2 < R^2$ tengsizlik o'rinli bo'ladi.



1-rasm.

Quyidagi tenglamani qaraylik:

$$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1.2)$$

bu erda $A \neq 0$. Bu tenglamani barcha xadlarini A ga bo'lib quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$x^2 + y^2 + \frac{D}{A}x + \frac{E}{A}y + \frac{F}{A} = 0 \quad (1.3)$$

yoki

$$(x + \frac{D}{2A})^2 + (y + \frac{E}{2A})^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4AF}{4A^2} \quad (1.4)$$

Demak bundan ko'rinadiki yuqori darajalar oldidagi koeffitsintlar bir xil son bo'lsa, bu chiziq aylana bo'lishi mumkin ekan.
1-Misol. Quyidagi tenglama bilan berilgan aylanani markazi va radiusi topilsin:

$$x^2 + y^2 - 8x + 6y + 16 = 0$$

Yechish: Bu tenglamani quyidagi ko'rinishda yechish ham mumkin:

$$(x^2 - 8x + 16) + (y^2 + 6y + 9) - 9 + 16 - 10 = 0$$

yoki

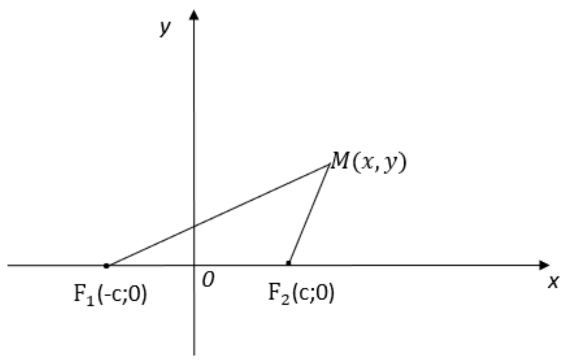
$$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$$

Bu tenglamadan ko'rinadiki berilgan chiziq aylana ekan, uning markazi $S_0(4;-3)$ nuqtada, radiusi esa R = 3.

Ellips. Ta'rif. Tekkislik nuqtalaridan focus deb ataluvchi F_1 va F_2 nuqtalarga bo'lgan masofalarni yig'indisi o'zgarmas bo'lgan nuqtalarning geometrik o'rniga ellips deyiladi.

Faraz qilaylik F_1 va F_2 lar ellipsning fokuslari bo'lsin va ular orasidagi masofani 2C bilan belgilaylik: (2-rasm).

$$|F_1F_2| = 2C$$



2-rasm.

Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan foydalanib $|F_1M|$ va $|F_2M|$ larni topamiz.

$$|F_1M| = \sqrt{(x + c)^2 + y^2}, \ |F_2M| = \sqrt{(x - c)^2 + y^2}$$

Ta'rifga ko'ra

$$\sqrt{(x + c)^2 + y^2} + \sqrt{(x - c)^2 + y^2} = 2a \quad (2.1)$$

Hosil bo'lgan ellipsni tenglamasini soddaroq holda keltirish uchun uni quyidagi ko'rinishda yozamiz

$$\sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a-\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Tenglikni har ikki tomonini kvadratga ko‘taramiz.

$$x^2+2cx+c^2+y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(x-c)^2+y^2} + x^2 - 2cx + c^2 + y^2.$$

Bu yerdan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$a\sqrt{(x-c)^2+y^2} = a^2 - cx$$

Hosil bo‘lgan ifodani esa kvadratga ko‘taramiz.

$$x^2(a^2-c^2)+y^2a^2 = a^2(a^2-c^2) \qquad (2.2)$$

Quyidagi belgilashni kiritamiz:

$$a^2 - c^2 = b^2 \qquad (2.3)$$

Natijada quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

$$x^2b^2 + y^2a^2 = a^2b^2$$

yoki

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (2.4)$$

Xosil bo‘lgan (2.4) tenglama ellipsning kanonik tenglamasi deyiladi.

Ellipsning fokuslaridan uning ixtiyoriy nuqtasiga bo‘lgan masofalar uning fokal radiuslari deyiladi, ya’ni $r_1 = |F_1M|$, $r_2 = |F_2M|$. Fokal radiuslar uchun formulalar keltirib chiqaramiz

$$r_2 = |F_2M| = \sqrt{(x-c)^2+y^2} = \sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + y^2}$$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1$ dan $y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)$ bu ifodani yuqoridagi y^2 ni o‘rniga olib borib qo‘yamiz.

$$r_2 = \sqrt{x^2 - 2cx + c^2 + \frac{b^2}{a^2}(a^2-x^2)} = \sqrt{\frac{x^2a^2 - 2cxa^2 + a^2c^2 + b^2a^2 - b^2x^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{x^2(a^2-b^2) - 2cxa^2 + a^2(c^2+b^2)}{a^2}} = \sqrt{\frac{x^2c^2 - 2cxa^2 + a^4}{a^2}} = \sqrt{\frac{(cx-a^2)^2}{a^2}}$$

$= \frac{cx-a^2}{a} = \frac{c}{a}x - a$, bu yerda $a^2 - c^2 = b^2$ ekanligidan foydalandik. $\frac{c}{a} = e$ belgilaymiz va bu sonni ellipsning ekssentrisiteti deb ataymiz. Natijada r_2 fakal radius uchun quyidagi formulani hosil qilamiz $r_2 = ex - a$.

r_1 fakal radius uchun $r_1 = a - yex$ ifodani hosil qilish mumkin.

Ellipsning xossalari.

1. Agarda M(x,y) nuqtaning koordinatalari (2.4) tenglamani qanoatlantirsa, u holda M_1(x,-y), M_2(-x,y), M_3(-x,-y), nuqtalarning koordinatalari ham (2.4) tenglamani qanoatlantiradi. Bundan esa ellips *ox* o‘qiga, *oy* o‘qiga va *O*(0,0) koordinata boshiga nisbatan simmetrik joylashishi kelib chiqadi.

2. Ellipsni koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarini topamiz.

Aytaylik $y = 0$ bo‘lsin: $\frac{x^2}{a^2} = 1$, $x = \pm a$. Demak ellips *Ox* o‘qini *A(-a;0)* va *B(a;0)* nuqtalardan kesib o‘tar ekan.

Aytaylik $x = 0$ bo‘lsin: $\frac{y^2}{b^2} = 1$, $y = \pm b$. Bundan esa ellips *Oy* o‘qini C(0;b) va D(0;-

b) nuqtalarda kesib o‘tishi kelib chiqadi. Hosil bo‘lgan A,B,C,D nuqtalarga ellipsning uchlari deyiladi.

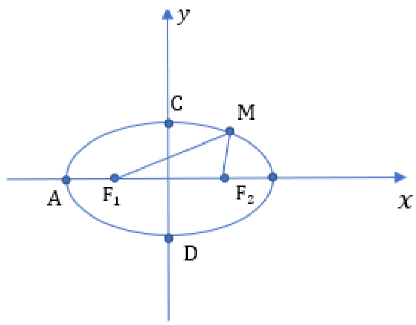
3. Yuqoridagi(2.4) tenglamadan ko‘rinib turibdiki $\frac{x^2}{a^2} \leq 1$ va $\frac{y^2}{b^2} \leq 1$, bundan esa quyidagilarga ega bo‘lamiz:

$$|x| \leq a \text{ va } |y| \leq b$$

yoki

$$-a \leq x \leq a \text{ va } -b \leq y \leq b.$$

Endi ellipsning grafigini yasaymiz.



3-rasm.

1-Misol. Katta yarim o‘qi *Oy* o‘qida bo‘lgan va uzunligi 10 ga teng, a fokuslar orasidagi masofasi 8 ga teng bo‘lgan ellips tenglamasi tuzilsin.

Yechish. Faraz qilaylik izlanayotgan ellips tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘lsin.

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1.$$

Bizga ma’lumki, 2c = 8, 2b = 10, c = 4, b = 5 bo‘ladi. Katta yarim o‘q oy o‘qida joylashganligi uchun $b^2 - a^2 = c^2$ yoki $b^2 - c^2 = a^2$ bo‘ladi. Bu ifodalardan foydalanib a ni topamiz.

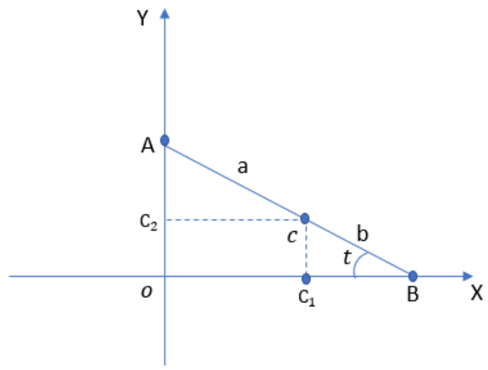
$$a^2 = 25 - 16 = 9.$$

bundan a = 3.

Ellipsning kanonik tenglamasi quyidagicha bo‘lar ekan:

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1.$$

Ellipsning parametrik tenglamasi. Faraz qilaylik C nuqta AB – kesmani uzunliklari AC = a va CB = b kesmalarga ajratsin. (4-rasm)



4-rasm.

Aytaylik C nuqta birinchi chorakda bo‘lsin aytaylik C nuqta berilgan bo‘lsin. Bu C nuqtadan *ox* va *oy* o‘qlariga perpendikulyarlar tushiramiz, natijada CAC_2 uchburchakdan $x = a * \cos z$ va $C\,BC_1$ uchburchakdan $y = b * \sin z$ ifodalarga ega bo‘lamiz.

Bu hosil bo‘lgan formulalar AB kesma koordinata o‘qlarida harakatlanganda ham o‘rinli bo‘ladi, bu yerda t, 0 dan 2π gacha o‘zgaradi. Bunday harakat natijasida *C(x,y)* nuqta ellipsini chizadi. Natijada ellipsning parametrik tenglamasi quyidagicha bo‘lishini ko‘rishimiz mumkin:

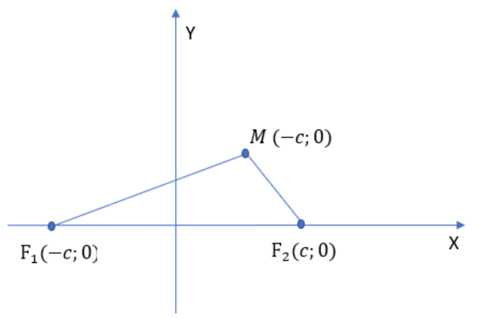
$$x = a * \cos z\,,$$

$$y = b * \sin z\,.$$

Giperbola. Ta’rif: Tekislik nuqtalaridan fokus deb ataluvchi F_1 va F_2

nuqtalargacha bo‘lgan masofalar ayirmasini moduli o‘zgarmas bo‘lgan nuqtalarni geometric o‘rniga giperbola deyiladi.

Faraz qilaylik F_1 va F_2 fokuslar orasidagi masofa 2C ga teng bo‘lsin (5-rasm).



5-rasm.

Giperbola tenglamasini M nuqta birinchi chorakda bo‘lgan hol uchun chiqaramiz.

$$|F_1M| = \sqrt{(x+c)^2+y^2}\ ,\ |F_2M| = \sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Ta’rifga ko‘ra bu masofalar ayirmasi o‘zgarmas bo‘lisshi kerak:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} - \sqrt{(x-c)^2+y^2} = 2a \qquad (4.1)$$

Bu tenglamani soddaroq holda keltirish uchun uni quyidagi ko‘rinishda yozib olamiz:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2} = \sqrt{(x+c)^2+y^2} + 2a$$

Oxirgi tenglamani har ikki tomonini kvadratga ko‘taramiz.

$$cx - a^2 = 2a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

Bu tenglamani ham kvadratga ko‘taramiz, natijada (21.1) tenglama quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$x^2(c^2-a^2) - a^2y^2 = a^2(c^2-a^2) \qquad (4.2)$$

Bu yerda $c^2 - a^2 = b^2$ belgilacak natijada (4.2) tenglama quyidagi ko‘rinishga keladi:

$$x^2b^2 - a^2y^2 = a^2b^2$$

yoki

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (4.3)$$

Hosil bo‘lgan (4.3) tenglama giperbolaning kanonik tenglamasi deyiladi.

Giprbolaning xossalari:

1) Agarda M(x,y) nuqtaning koordinatalari (4.3) tenglamani qanoatlantirsa, u holda $M_1(x,y)$, $M_2(-x,y)$, $M_3(-x,-y)$ nuqtalarning koordinatalari ham (4.3) tenglamasi qanoatlantiradi. Bundan esa giperbola Ox o‘qiga, Oy o‘qiga va O(0,0) koordinata boshiga nisbatan simmetrik joylashishi kelib chiqadi;
2) Giperbolani koordinata o‘qlari bilan kesishish nuqtalarini topamiz.

Aytaylik y = 0 bo‘lsin: $\frac{x^2}{a^2} = 1$, x = ±a demak giperbola ox o‘qini A(-a;0) va B(a;0) nuqtalarda kesib o‘tar ekan.

Aytaylik x = 0 bo‘lsin : $-\frac{y^2}{b^2} = 1$, $y^2 = -b^2$ bundan esa y = $\pm b\sqrt{-1} = \pm$bi. Bundan esa giperbola Oy o‘qini kesib o‘tmasligi kelib chiqadi;

3) Giperbolaning (4.3) tenglamasini y ga nisbatan yetib, quyidagiga ega bo‘lamiz;

$$y = \pm\frac{b}{a}\sqrt{x^2-a^2}$$

Bu tenglikdan ko‘rinadiki u haqiqiy qiymatlarni, |x| ≥a bo‘lganda qabul qiladi. Bundan esa x≥a shartni qanoatlantiruvchi giperbola nuqtalariga uning o‘ng tarmog‘i, x≤-a shartni qanoatlantiruvchi giperbola nuqtalariga uning chap tarmog‘i deb ataymiz.

4) Giperbolaning (4.3) tenglamasida x ≥a, bo‘lsa , y > 0 bo‘ladi, natijada

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}$$

ga ega bo‘lamiz.

Bu tenglikdan x ortib borgan sari y ham ortib borishi kelib chiqadi.

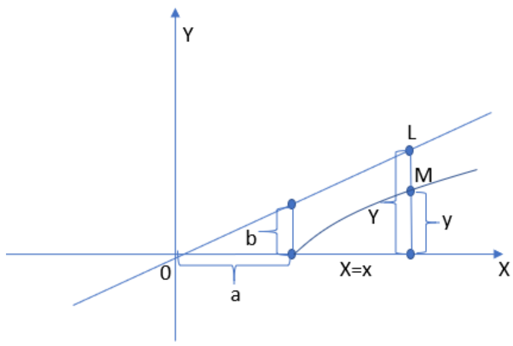
Quyidagi to‘g‘ri chiziqni qaraylik

$$Y = \frac{b}{a}X \qquad (4.4)$$

Giperbola *M* nuqtasining ordinatasing y bilan (4.4) to‘g‘ri chiziq ʆ nuqtasining ordinatasini *Y* bilan belgilaylik *Y* ni *X*=*x* bo‘lganda solishtirib ko‘ramiz (6 - rasm).

O‘z-o‘zidan ravshanki, agarda x > a $x^2 > x^2 - a^2$, yoki x > $\sqrt{x^2 - a^2}$, bundan esa $\frac{b}{a}$

$$x > \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2}, \text{ yoki } Y > y$$



6-rasm.

Endi *Y* – *y* ayirmani baxolaymiz:

$$Y - y = \frac{b}{a}x - \frac{b}{a}\sqrt{x^2 - a^2} = \frac{b}{a}[x - \sqrt{x^2 - a^2}] =$$

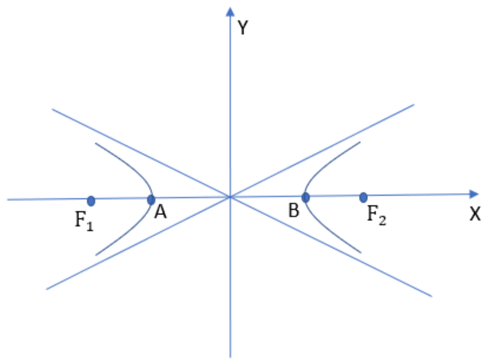
$$= \frac{b}{a} * \frac{(x - \sqrt{x^2 - a^2})(x + \sqrt{x^2 - a^2})}{x + \sqrt{x^2 - a^2})} = \frac{ab}{x + \sqrt{x^2 - a^2})} \qquad (4.5)$$

Hosil bo‘lgan (4.5) dan $x -> \infty$ limitga o‘tamiz.

$$\lim_{x\to\infty}(Y - y) = \lim_{x\to\infty}\frac{ab}{x + \sqrt{x^2 - a^2})} = 0$$

Bundan esa giperbolaning M nuqtasi (4.4) to‘g‘ri chiiqga yaqinlashib borishi kelib chiqadi. Bu (4.4) to‘g‘ri chiziqga giperbolaning asimtatasi deyiladi.

Huddi yuqoridagidek $y = -\frac{b}{a}x$ to‘g‘ri chiziq ham giperbola uchun asimtota bo‘ladi.



7-rasm.

Agar giperbolaning M(x,y) nuqtasi birinchi chorakda bo‘lsa uning fakal radiuslari uchun quyidagi formulalarni keltirib chiqarishimiz mumkin:

$$r_1 = a + ex$$

$$r_2 = a + ex. \qquad (4.6)$$

Xususiy holda a = b bo‘lsa, bunday ipergiperbola teng tomonli giperbola deyiladi. Bu holda giberbolaning kononik tenglamasi quyidagicha bo‘ladi:

$$x^2 - y^2 = a^2 \qquad (4.7)$$

1-Misol. Uchlari ellipsning fokuslarida joylashgan, a fokusi esa ellipsning uchlarida joylashgan giperbola tenglamasi tuzilsin.

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Yechish: Ellips tenglamasidan quyidagilarga bo‘lamiz:

$$a^2{}_e = 16,\ a_e = 4,\ b^2{}_e = 9,\ b_e = 3.$$

Bizga malumki (19.3) dan

$$a^2{}_e - c^2{}_e = b^2{}_e,\ 16 - c^2{}_e = 9,\ c_e = \sqrt{7}.$$

Izlanayotga giperbola tenglamasi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\frac{x^2}{a^2{}_g} - \frac{y^2}{b^2{}_g} = 1.$$

Masalani shartiga ko‘ra quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$a_g = c_e = \sqrt{7}.,\ \ c_g = a_e = 4.$$

Giperbolada

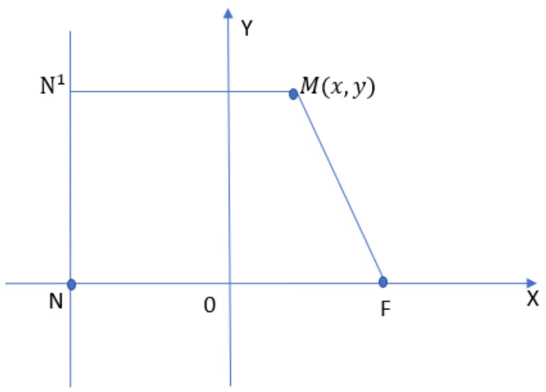
$$c^2{}_g - a^2{}_g = b^2{}_g,\ 16 - 7 = b^2{}_g,\ b^2{}_g = 9.$$

undan esa giperbola tenglamasi

$$\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = 1$$

bo‘lishi kelib chiqadi.

Parabola. Ta’rif. Tekislik nuqtalaridan fokus deb ataluvchi F nuqtagacha bo‘lgan masofa, direktrisa deb ataluvchi to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofaga teng bo‘lgan nuqtalarning geometrik o‘rniga parabola deyiladi (8-rasm).



8-rasm.

Parabola fokusidan direktsiyagacha bo‘lgan masofadan P bilan belgilaymiz, ya’ni |NF| = P, y holda F fokusni koordinatalari F($\frac{P}{2}$;2) bo‘ladi.

Agar M(x,y) – parabolaning ixtiyoriy nuqtasi bo‘lsa ta’rifga ko‘ra

$$|FM| = |N^1M| \qquad (5.1)$$

$$N(-\frac{P}{2};0),\ N^1(-\frac{P}{2};y).$$

Ikki nuqta orasidagi masofa formulasiga ko‘ra

$|FM| = \sqrt{(x-\frac{P}{2})^2 + y^2}$, $|N^1M| = \sqrt{(x+\frac{P}{2})^2}$, $\sqrt{(x-\frac{P}{2})^2 + y^2} = \sqrt{(x+\frac{P}{2})^2}$.

Bu tenglikni har ikki tomonini kvadratga ko‘taramiz.

$$x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4},$$

yoki

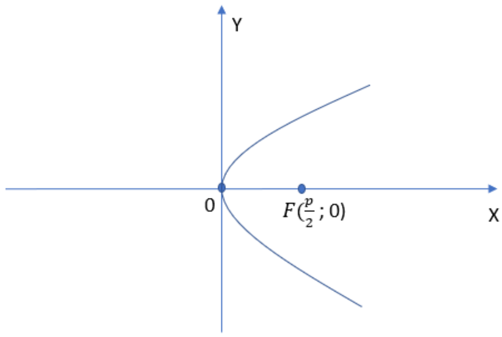
$$y^2 = 2px \qquad (5.2).$$

Hosil bo‘lgan (5.2) tenglamaga parabolaning kanonik tenglamasi deyiladi.

Parabolaning xossalari.

1) Agar M(x,y) nuqtaning koordinatalari (5.2) tenglamani qanoatlantirsa, u holda $M_1(x,-y)$ nuqtaning koordinatalari ham (5.2) tenglamani qanoatlantiradi. Demak parabola ox o‘qiga nisbatan simmetrik bo‘lar ekan:
2) Parabola koordinata boshidan o‘tadi, chunki $0(0,0)$, nuqtaning koordinatalari (5.2) tenglamani qanoatlantiradi:
3) $x = \frac{y^2}{2p}$ bo‘lgani uchun parabola nuqtalarini absissasi manfiy bo‘lmas ekan;

4) Parabolaning (5.2) tenglamasidan ko‘rinib turibdiku, x ortgan sari u ham ortib boradi (9 -rasm).



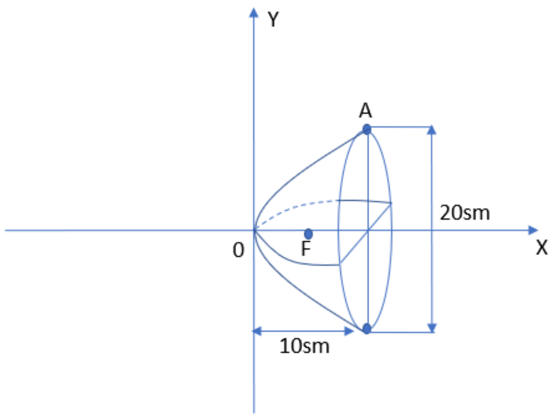
9 -rasm.

1-Misol. Avtomobil fonarinig kesimi parabola shaklida bo‘ladi. Fonarning diametri 20sm , chuqurligi 10sm. Parabola fokusining koordinatalari topilsin (10 - rasm).

Yechish. Parabola fokusi F ning koordinatasi $\frac{P}{2}$ ni topish uchun uning tenglamasini tuzamiz.

Izlanayotgan parabola tenglamasi quyidagicha ko‘rinishda bo‘ladi:

$$y^2 = 2px$$



10-rasm.

Koordinatalar sistemasini shunday tanlaymizki, parabolaning simmetrik o‘qi ox o‘qi bilan ustma ust tushsin, ucti esa koordinata boshida bo‘lsin (3.10 - rasm).

Bu tanlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan parabolani A nuqtasini koordinatalarni A(10;10) bo‘ladi. A nuqtani koordinatalarini parabola tenglamasiga qo‘yamiz.

$10^2 = 2p10$ bundan esa p = 5, demak, parabola fokusi F($\frac{5}{2}$;0) koordinatalarga ega bo‘lar ekan.

2-Misol. y = x^2 - 4x + 5 parabolaning fokusini aniqlang (11 - rasm).

Yechish: Parabolaning kanonik tenglamasini tuzamiz, buning uchun quyidagicha almashtirishni bajaramiz:

$$x = X + 2, \ y = Y + 1$$

Natijada quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

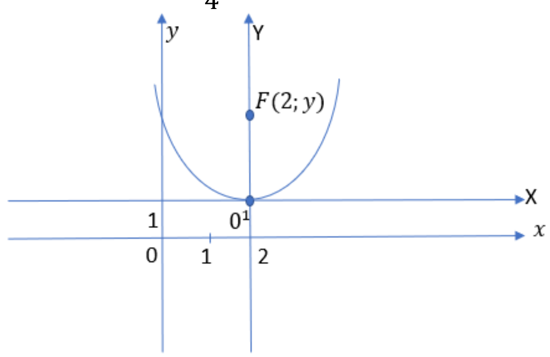
$$x^2 = Y$$

Bu yerdan ko‘rinadiki 2P = 1 , P = $\frac{1}{2}$

$|FO^1| = \frac{P}{2}$ teng bo‘lishi kerak

$|F0^1| = \sqrt{(y-1)^2}$ = y – 1, y -1 = $\frac{P}{2}$, y = $\frac{P}{2}$ + 1 = $\frac{1}{4}$ +1, y = $\frac{5}{4}$;

Demak, F(2; $\frac{5}{4}$).



11 -rasm.

Xulosa. Mazkur ish davomida ikkinchi tartibli egri chiziqlarning umumiy tenglamasi va uning kanonik ko‘rinishga keltirish usullari o‘rganildi. Tenglama koeffitsiyentlari va diskriminant asosida egri chiziqning turi — ellips, parabola yoki giperbola — aniqlanishi ko‘rsatildi. Egri chiziqlarning geometrik xossalari, fokuslar, direktrisalar, simmetriya o‘qlari, markaz va cho‘qqi nuqtalari kabi elementlar chuqur tahlil qilindi. Bundan tashqari, koordinatalar sistemasini o‘zgartirish orqali tenglamani soddalashtirish (ya’ni kanonik shaklga keltirish) metodikasi o‘zlashtirildi. Natijada, talabalar ikkinchi tartibli egri chiziqlarni grafik jihatdan tasavvur qilish, ularning algebraik va geometrik tahlilini amalga oshirish, hamda amaliy masalalarda qo‘llash bo‘yicha zarur nazariy bilim va amaliy ko‘nikmalarga ega bo‘ldilar.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO‘YXATI

1. Бахвалов С.В., Бабушкин Л.И., Иваницкая В.П. Аналитическая геометрия. Изд. М. Просвещение – 1970 стр. 375.
2. Artikbayev A., Geometriya (Planimetriya) Toshkent – 2024. 229-bet
3. Narmanov A.Y., Analitik geometriya. Toshkent, 2008, 172-bet
4. Бахвалов С.В., Моденов П.С., Пархоменко А.С. Комплекс задач из аналитической геометрии. Ташкент, 2006, 546-с.
5. Погорелов А.В. Аналитическая геометрия. Т. Ўқитувчи, 1983, 206-с
6. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. Санкт-Петербург-Москва, Изд. Лай, 2003г. стр. 336.