

КВАНТОВЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

д.т.н., проф. Мухамедиева Дилноз Тулкуновна

*Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт
инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства», Узбекистан*

dilnoz134@rambler.ru

Васиева Дильфуза Дилишод кизи

*Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт
инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства», Узбекистан*

<https://doi.org/10.5281/zenodo.12749899>

Аннотация. В работе рассматривается применение квантовых алгоритмов для оптимизации энергетических систем, сфокусированное на решении задачи маршрутизации в контексте энергетики. Предлагается квантовый подход, использующий принципы суперпозиции и инверсии относительно среднего для эффективного поиска оптимальных энергетических маршрутов. Реализован квантовый алгоритм в виде квантовой схемы, визуализированы результаты и предоставлен анализ оптимальных энергетических маршрутов.

Ключевые слова: квантовые алгоритмы, математическая модель, алгоритм Гровера, целевая функция, задачи коммивояжера.

Аннотация. Мақола энергетика соҳасида маршрутлаш муаммосини ҳал қилишга қаратилган энергия тизимларини оптималлаштириш учун квант алгоритмларини қўллашга бағишланган. Оптимал энергетик маршрутларни самарали излаш учун ўртачага нисбатан суперпозиция ва инверсия тамойилларидан фойдаланадиган квант ёндашуви таклиф этилган. Квант алгоритми квант схемаси шаклида амалга оширилган, натижалар визуаллаштирилган ва оптимал энергия йўналишларини таҳлили тақдим этилган.

Калит сўзлар: квант алгоритмлари, математик модель, Гровер алгоритми, мақсад функцияси, коммивояжер масаласи.

Annotation. The paper examines the application of quantum algorithms to optimize energy systems, focusing on solving the routing problem in the context of energy. A proposed quantum approach uses the principles of superposition and inversion concerning the mean to effectively search for optimal energy routes. The quantum algorithm is implemented as a quantum circuit, the results are visualized and an analysis of optimal energy routes is provided.

Keywords: quantum algorithms, mathematical model, Grover's algorithm,

objective function, traveling salesman problem.

1. Введение

Проблемы в области энергетики требуют разработки инновационных подходов для оптимизации структуры и управления энергетическими системами. В свете этого, квантовые вычисления предоставляют новые перспективы для решения сложных задач оптимизации, включая задачу маршрутизации в энергетическом контексте, которая означает поиск оптимального пути для передачи энергии между узлами сети с минимизацией затрат. Квантовый алгоритм оптимизации, предложенный в данной работе, основан на использовании принципов квантовой суперпозиции и инверсии относительно среднего. Мы разрабатываем квантовый оракул для представления структуры энергетических сетей, что позволяет эффективно выделять оптимальные энергетические маршруты [1-3]. Цель исследования - предложить и реализовать квантовый алгоритм, способный эффективно решать задачу маршрутизации в энергетическом контексте.

В данной работе представлена математическая модель, адаптированная для квантового алгоритма, предназначенного для эффективного анализа и оптимизации схемных решений в энергетической сфере. Программное обеспечение, разработанное в рамках исследования, основывается на принципах квантовых вычислений и может эффективно решать оптимизационные задачи, используя квантовые суперпозиции состояний. Для минимизации целевой функции, коэффициенты которой зависят от выбранного критерия оптимизации, предложен квантовый итерационный процесс [4].

2. Методы.

Рассмотрим оптимизационную задачу для эффективного управления передачей энергии между различными узлами энергетической сети. Каждый узел представляет собой энергетический объект, такой как электростанция, подстанция или потребитель энергии. Узел может потреблять или генерировать определенное количество энергии. Задача состоит в оптимизации маршрута передачи энергии таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость передачи, удовлетворяя при этом энергетическим требованиям каждого узла.

Для построения модели использованы следующие переменные: x_{ij} - бинарная переменная, равная 1, если существует энергетический путь (линия передачи) между узлами i и j , и 0 в противном случае, p_i - мощность, потребляемая (если $p_i < 0$) или генерируемая (если $p_i > 0$) узлом i , u_i - переменная, представляющая порядковый номер узла i , c_{ij} - стоимость передачи энергии

между узлами i и j , s_i - запас энергии узла i

Целевой функцией является минимизация общей стоимости маршрута:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

при следующих ограничениях:

Каждая линия передачи должна быть использована ровно один раз:

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N x_{ij} = 1, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

Каждая линия передачи должна быть использована ровно один раз на выходе из узла:

$$\sum_{i=1, i \neq j}^N x_{ij} = 1, \quad \forall j \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

Исключение подциклов:

$$u_i - u_j + N x_{ij} \leq N - 1, \quad \forall i, j \in \{2, 3, \dots, N\}, i \neq j.$$

Если узел i связан с узлом j (т.е., $x_{ij} = 1$), то переменные u_i и u_j должны быть различными. Это условие предотвращает образование циклов меньшего размера и обеспечивает, что маршрут будет представлять собой полный цикл по всем узлам [8-9].

Уравнения для баланса энергии в каждом узле:

$$\sum_{j=1, j \neq i}^N p_j x_{ij} - \sum_{j=1, j \neq i}^N p_i x_{ij} = s_i, \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, N\}.$$

Эта модель представляет собой комбинацию задачи маршрутизации и оптимизации энергетической системы.

Предложен алгоритм Гровера для решения задачи маршрутизации.

Функция oracle создает матрицу оракула для заданного маршрута и координат узлов. Матрица оракула используется в алгоритме Гровера для выделения правильного решения, то есть маршрута с минимальной общей длиной.

Предположим, у нас есть N узлов, которая представляется как узел графа, а ребра графа представляют расстояние между узлами. Пусть D - матрица расстояний между энергетическими узлами, где d_{ij} - расстояние между узлами i и j .

Матрица оракула O строится следующим образом:

$$O_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{если } j \text{ является битом } i \text{ в двоичной записи, и } j \text{ встречается в маршруте,} \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где i и j принимают значения от 0 до $2^N - 1$ (включительно). Таким образом, оракул помечает все битовые строки, которые представляют неправильные маршруты, -1, и оставляет правильный маршрут без изменений (0).

Также важно учесть, что для правильной работы алгоритма Гровера матрица оракула должна быть нормализованной (все значения в матрице должны быть в интервале от -1 до 1). Нормализация обычно производится путем деления каждого элемента матрицы на корень из общего числа элементов в матрице. Таким образом, матрица оракула для задачи маршрутизации имеет следующий вид:

$$U_{oracle} = \frac{1}{\sqrt{2^N}} \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

где количество строк и столбцов равно 2^{N-1} .

Следующим шагом является применение матрицы оракула к квантовому состоянию [2-3].

Пусть ψ - вектор-столбец квантового состояния (амплитуды вероятностей), а U_{oracle} - матрица оракула. Тогда операция применения оракула к состоянию записывается как:

$$\psi_{oracle} = U_{oracle} \psi,$$

где ψ_{oracle} - новый вектор-столбец квантового состояния после применения оракула.

Если U_{oracle} - нормализованная матрица оракула (все значения в интервале от -1 до 1), то применение оракула может быть записано как:

$$\psi_{oracle} = \frac{1}{\sqrt{2^N}} U_{oracle} \psi,$$

где $\sqrt{2^N}$ - нормализующий множитель для сохранения нормы состояния.

В контексте алгоритма Гровера, этот процесс применяется итеративно, что усиливает амплитуды вероятностей правильных состояний [2]. Следующий шаг - применение инверсии относительно среднего на квантовом состоянии выполняется следующим образом [3].

Пусть ψ - вектор-столбец квантового состояния, и $\bar{\psi}_{oracle}$ - среднее значение амплитуд этого состояния. Среднее значение вычисляется как:

$$\bar{\psi}_{oracle} = \frac{1}{2^N} \sum_{i=0}^{2^N-1} \psi_{ioracle},$$

где N - количество кубитов в системе.

Операция инверсии относительно среднего затем применяется следующим образом:

$$\psi_{inversion} = U_{inversion} \psi_{oracle} = 2\bar{\psi}_{oracle} - \psi_{oracle},$$

где $\psi_{inversion}$ - новый вектор-столбец квантового состояния после инверсии относительно среднего.

Следующим этапом является генерация случайного начального маршрута. Для этого использован генетический алгоритм, который генерирует случайный начальный маршрут, перемешивая индексы узлов [4].

Генетический алгоритм для генерации случайных начальных маршрутов в контексте задачи маршрутизации может быть представлен следующим образом:

Пусть N - количество узлов. Генетический алгоритм создает популяцию случайных маршрутов, где каждый маршрут представляет собой перестановку узлов. Для инициализации популяции случайным образом создаются начальные маршруты в виде перестановок узлов.

$$Pop = \{R_1, R_2, \dots, R_{pop_size}\},$$

где R_i представляет собой случайный маршрут.

Для каждого маршрута в популяции рассчитывается его приспособленность. Следующим шагом является скрещивание. Пары родителей выбранных маршрутов скрещиваются, чтобы создать новых потомков. Различные методы кроссовера могут использоваться, например, односточный кроссовер или многоточечный кроссовер. Затем производится мутация. Некоторые гены в потомстве случайным образом изменяются с небольшой вероятностью, чтобы внести разнообразие в популяцию. Новое поколение формируется путем объединения родителей и потомства, затем отбираются наилучшие маршруты.

Следующим шагом является применение алгоритм Гровера. Алгоритм итеративно применяет операции оракула и инверсии относительно среднего: $\psi_{final} = U_{inversion} U_{oracle} \psi_i$. Затем вычисляются вероятности различных маршрутов на основе конечного квантового состояния. Обозначим конечное квантовое состояние после применения алгоритма Гровера как ψ_{final} . Вероятность измерения каждого состояния в этом финальном состоянии можно вычислить, возведя в квадрат амплитуду этого состояния.

Если N - количество кубитов в системе, и ψ_{final} - это вектор состояния, то вероятность P_i измерения состояния i можно выразить следующим образом:

$$P_i = |\psi_{final_i}|^2.$$

Здесь ψ_{final_i} - компонента вектора состояния ψ_{final} для состояния i . Это число, которое можно получить из конечного квантового состояния после алгоритма Гровера. Важно отметить, что индексы i представляют битовые строки, представляющие возможные перестановки маршрута в задаче маршрутизации.

3. Результаты.

Использование квантовых схем в оптимизации энергетических систем представляет собой инновационный подход к решению сложных задач [21,22]. Квантовые схемы обладают уникальными свойствами, такими как параллелизм, интерференция и квантовые ворота, что делает их мощным инструментом для эффективного и точного решения оптимизационных задач в энергетике. Квантовые перестановки могут быть использованы для представления возможных маршрутов или конфигураций системы. Вероятностные оракульные операции, представляющие матрицу оракула для задачи коммивояжера в энергетике, могут быть реализованы с использованием квантовых ворот. Операции оракула и инверсии среднего значения могут быть применены к квантовым состояниям, представляющим различные маршруты или конфигурации энергетической системы. Применение этих операций итеративно помогает сблизиться с оптимальным решением. Визуализированы квантовые схемы и результаты квантовых вычислений (рис1-2). Визуализация помогает понять структуру схемы, последовательность операций и их воздействие на квантовые состояния.

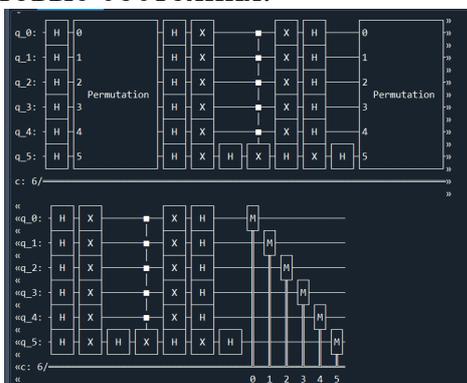


Рис.1. Квантовые схемы 5 узлов

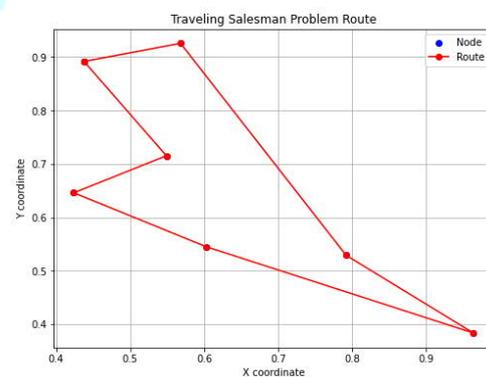


Рис.2. Решение задачи маршрутизации для 7 узлов

4. Заключение. Применен квантовый алгоритм Гровера для оптимизации задачи маршрутизации в энергетике. Алгоритм итеративно применяет операции оракула и инверсии относительно среднего к квантовому состоянию, эффективно исследуя пространство возможных маршрутов. Реализован генетический алгоритм для генерации случайных начальных маршрутов, что представляет собой важный этап для итерационного улучшения маршрута в контексте задачи коммивояжера. Произведена оптимизация структуры

энергетической сети с использованием квантового алгоритма, что может привести к улучшению эффективности использования энергоресурсов, снижению стоимости и учету экологических критериев.

Литература

- [1] E. Farhi and A. W. Harrow, Quantum supremacy through the quantum approximate optimization algorithm, arXiv preprint arXiv:1602.07674 (2016).
- [2] D. Guery-Odelin, A. Ruschhaupt, A. Kiely, E. Torrontegui, S. Mart´inez-Garaot, and J. G. Muga, Shortcuts to adiabaticity: Concepts, methods, and applications, *Reviews of Modern Physics* 91, 045001 (2019).
- [3] E. Torrontegui, S. Ibanez, S. Mart´inez-Garaot, M. Modugno, A. del Campo, D. Guery-Odelin, A. Ruschhaupt, X. Chen, and J. G. Muga, Shortcuts to adiabaticity, *Advances in atomic, molecular, and optical physics* 62, 117 (2013).
- [4] X. Chen, A. Ruschhaupt, S. Schmidt, A. del Campo, D. Guery-Odelin, and J. G. Muga, Fast optimal frictionless atom cooling in harmonic traps: Shortcut to adiabaticity, *Physical Review Letters* 104, 063002 (2010).